

## **DÜŞÜK KAVRAMA ORANLI DIŞLİLERDE RİJİTLİĞİN SONLU ELEMANLAR METODUYLA BELİRLENMESİ**

**Alaattin AKTAŞ\* Sadettin ORHAN\*\***

\*Afyon Kocatepe Üniversitesi Uşak Mühendislik Fakültesi Makine Bölümü Uşak, Türkiye

\*\*Kırıkkale Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Bölümü 71450 Kırıkkale, Türkiye

### **ÖZET**

Makinelerin görevlerini yapabilmeleri açısından öncelikli iş, bir hareketin sağlanması ve bu hareketin makinenin diğer elemanlarına aktarımıdır. Başta sanayide kullanılan bir çok makinede, motorlarda, helikopterlerde, otomasyon sistemlerinde, takım tezgahlarında olmak üzere bir çok uygulamada dişliler vasıtasıyla hareket iletimi yaygın olarak kullanılmaktadır. Böylesine önemli bir görev üstlenen dişlilerin gerekli mukavemet ve dinamik kriterler açısından yeterli olmaları gerekmektedir. Dişlilerin kuvvet ve gerilme analizini, yük paylaşımını, iletim hatasını, dinamik analizini gerçekleştirmek için rijitlik katsayısının bilinmesi gerekmektedir. Bu çalışmada düşük kavrama oranlı düz dişlilerin düzlem gerilme durumu için rijitlik katsayısı, analitik ve sonlu elemanlar yöntemiyle bulunmuştur. ANSYS 5.4 programı kullanılarak analizler gerçekleştirilmiştir. Sonlu elemanlar metodu kullanılarak elde edilen sonuçlar ile analitik yöntemle elde edilen sonuçların uyum içinde olduğu görülmüştür.

**Anahtar kelimeler** : Düz dişli, Kavrama oranı, Sonlu elemanlar metodu, Rijitlik katsayısı.

### **DETERMINATION OF RIGIDITY COEFFICIENT OF LOW CONTACT RATIO GEARS USING FINITE ELEMENT METHOD**

#### **ABSTRACT**

The first matter for the point of view that machineries can perform its function, is exciting the motion and transmitting this motion to other components of machinery. The motion transmitting through gears is used widespreadly in many applications, such as a lot of machineries used industry, engines, helicopters, automation systems, metal cutting machines. Gears have such as important duty and must fulfil required resistance and dynamic criterions. It is required to know rigidity coefficient of the gear, to establish force and stress analysis, load sharing, transmission error, dynamic analysis of the gears. In this study, the rigidity of low contact ratio spur gears have been got using analytical and finite element method for plain stress condition. Analysis was made using ANSYS 5.4 package program. It was shown that results were agree with each other that are obtained using the analytical and the finite element methods.

**Key Words** : Spur gear, Contact ratio, Finite element method, Rigidity coefficient.

### **1. GİRİŞ**

Dişlilerle güç ve hareket iletimi modern teknolojide önemli rol oynamaktadır. Bir çok makinede ve kontrol sistemlerinde güç ve hareket aktarımı dişliler yardımıyla olmaktadır. Bu nedenle dişlilerin yük taşıma kapasitesi ve çalışma ömrü, göz önünde bulundurulması gereken başlıca kriterlerdir. Bu kriterleri olumsuz yönde etkileyen titreşim ve gerilmelerin belirlenmesi, bunların güvenli değer aralıkları içinde tutulması gerekmektedir. Kavrama esnasındaki dişlinin rijitliğini bilmek, gerek dişlinin titreşimi, gerekse gerilme analizi için önem taşımaktadır. Bu öneminden dolayı bir çok araştırmacı konu üzerinde çalışmıştır. Randall ve diğerleri[1] bir dişin iki ve üç boyutlu sonlu elemanlar modelini Pro/Engineer programında oluşturmuş, Nastran programı kullanarak çözüm yapmışlardır. Diş rijitliği ve iletim hatasını çelik ve naylondan yapılmış dişliler için hesaplamışlardır. Elkholy[2] yüksek kavrama oranlı düz dişlilerdeki yük paylaşımını ve diş

rijitliğini hesaplayan bir metot geliştirmiştir. Arafa ve diğerleri[3] düz dişlilerin rijitliğini ve yük paylaşımını belirlemek için temas deformasyonunu da ele alan bir sonlu elemanlar çözümü geliştirmişlerdir. Lin ve Liou[4] tek kademeli bir dişli kutusunda diş rijitliğini veren analitik ifadeyi türetmişler, sistemin hareket denklemini oluşturup çözmüşlerdir.

Bu çalışmada düşük kavrama oranlı bir düz dişlinin rijitlik katsayısı, kuvvetin uygulandığı noktanın konumuna bağlı olarak sonlu elemanlar ve analitik yöntemle bulunup karşılaştırılmıştır. Her iki metot ile bulunan sonuçların yakın olduğu görülmüştür. Bu da sonlu elemanlar metodunun bu konuda güvenli bir şekilde kullanılabilceğini ortaya koymaktadır.

## 2. ANALİTİK YAKLAŞIM

### 2.1 Kavrama Oranı

Aynı gücü ileten dişlilerin düşük kavrama oranlı olanı, yüksek kavrama oranlı dişliye nazaran daha fazla zorlanmaktadır. Çünkü çalışma esnasında düşük kavrama oranlı dişlide bir veya iki diş, yüksek kavrama oranlı dişlide ise iki veya üç diş kavrama halindedir. Kavrama derecesi kavrama oranı ile belirlenir. Dişlinin güç iletimi ve ömrü açısından, tasarımı yapılırken kavrama oranı yüksek seçilir. Kavrama oranı aşağıdaki gibi ifade edilir[5].

$$\psi = \frac{\sqrt{R_{01}^2 - R_{b1}^2} + \sqrt{R_{02}^2 - R_{b2}^2} - c \cdot \sin \varphi}{\pi \cdot m \cdot \cos \varphi} \quad (1)$$

Burada;  $R_{01}$ ,  $R_{02}$  ve  $R_{b1}$ ,  $R_{b2}$  sırasıyla birinci ve ikinci dişlilerin diş üstü ve temel dairesi yarıçaplarıdır,  $c$ : iki dişlinin merkezleri arasındaki mesafe,  $m$ : modül ve  $\varphi$ : kavrama açısıdır.

Eğer kavrama oranı 1.3 ile 1.6 arasında ise düşük kavrama oranlı dişliyi, ikiden büyük ise yüksek kavrama oranlı dişliyi ifade eder [2]. Bu çalışmada kullanılan kavrama oranı ve dişli özellikleri tablo 1 de verilmiştir.

**Tablo 1.** Kullanılan dişlinin kavrama oranı ve özellikleri

m (mm)	$Z_1=Z_2$ (diş sayıları)	$\varphi$ (°)	$\psi$
4	18	20	1.53

### 2.2 Dişin Çökmesi

Bir dişin rijitliğini bulmak için, nümerik[4] ve analitik[2] yaklaşımlar geliştirilmiştir. Bu çalışmada analitik bir yaklaşım olan trapez yaklaşımı kullanılmıştır. Bu yaklaşım ile bir diş, trapez, ankastre giriş olarak kabul edilip, dişin kuvvet doğrultusundaki yer değiştirmesi formüle edilmiştir. Bir dişin  $F_i$  yükü altındaki yer değiştirmesi kaynak[2] de verilen denklemler yardımıyla bulunur. Toplam yer değiştirme; kesme, eğilme, Hertz teması ve diş dibi etkisinden meydana gelir. Şekil 1. göz önüne alınarak toplam yer değiştirme, düzlem

gerilme için ( $\frac{B}{S_f} < 5$ ), (diş genişliği  $B=28\text{mm}$  alınmıştır.)

$$\delta = \delta_B + \delta_s + \delta_G + \delta_P \quad (2)$$

şeklinde verilir. Burada;

$\delta_B$ : Eğilme yer değiştirmesi;

$$\delta_B = \frac{12zF_i \cos^2 \varphi}{EBS_f^3} \left[ S_m^2 + \frac{z^2}{3} - S_m z \right] + \frac{6F_i \cos^2 \varphi (w-z)^3}{EBS_f^3} \left[ \frac{(w-S_m)}{(w-z)} \left\{ 4 - \frac{(w-S_m)}{(w-z)} \right\} - 2 \ln \left[ \frac{(w-S_m)}{(w-z)} \right] - 3 \right] \quad (3)$$

$\delta_s$ : Kesme yer değiştirmesi;

$$\delta_s = \frac{2(1+\nu)F_i \cos^2 \varphi}{EBS_F} \left[ z + (w-z) \ln \left( \frac{w-z}{w-S_m} \right) \right] \quad (4)$$

$$w = \frac{nS_F - zS_K}{S_F - S_K} \quad (5)$$

$\delta_G$ : Diş dibi etkisi yer değiştirmesi;

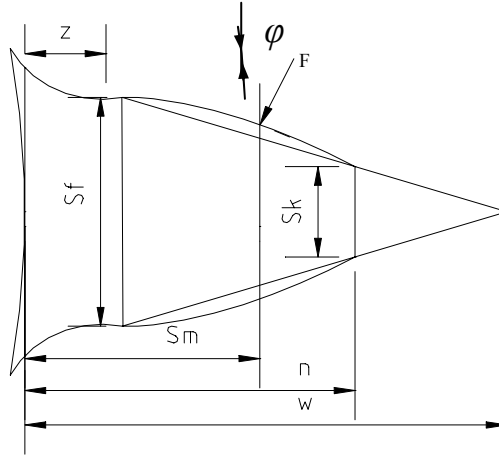
$$\delta_G = \frac{24F_i S_m^2 \cos^2 \varphi}{\pi E B S_f^2} \quad (6)$$

$\delta_p$ : Hertz temas yer değiştirmesi;

$$\delta_p = \frac{4F_i (1 - \nu^2)}{\pi E B} \left( \frac{\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \right) \quad (7)$$

Burada  $\rho_1$  ve  $\rho_2$  döndüren ve döndürülen dişlilerin temas noktasındaki eğrilik yarıçaplarıdır. Diş modelinde kullanılan semboller için seçilen değerler:

$S_F$ : 6.89 mm,  $S_K$ : 2.73 mm,  $z$ : 2.65 mm,  $w$ : 13.11 mm,  $n$ : 8.97 mm,  $F_i$ : 1000 N dur. Diş ucundan itibaren ayrı ayrı dört kuvvetin uygulanması durumuna karşılık gelen  $S_m$  değerleri Tablo 2'de verilmiştir.



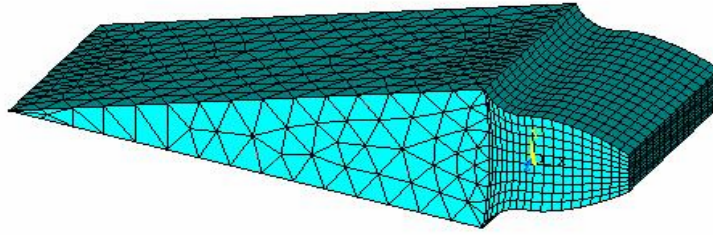
Şekil 1. Trapez diş modeli.

Tablo 2. Kuvvetin uygulanma noktasına göre  $S_m$  değerleri

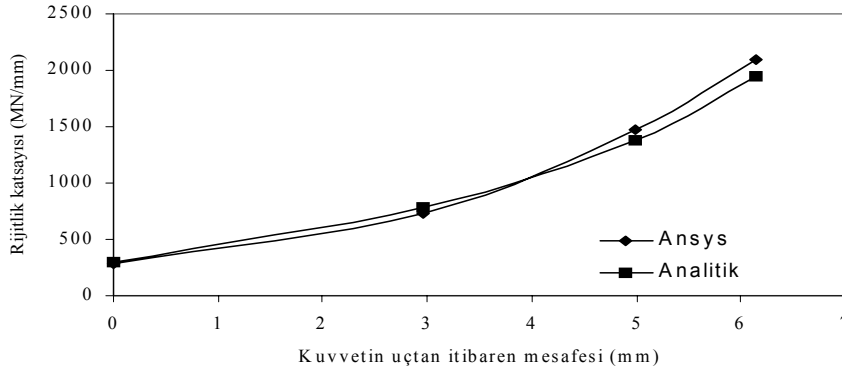
$S_m$ Değerleri (mm)	Diş ucundan itibaren kuvvetin uygulanma noktası ( $S_m - n$ )-mm
8.976	0
3.98	5
6.01	2.9
2.82	6.15

### 3. SONLU ELEMANLAR YAKLAŞIMI

Sonlu elemanlar analizinde dişlinin tek dişi modellenmiştir. Modelde 6886 eleman, 4222 düğüm oluşturulmuş, eleman olarak ta Solid45 kullanılmıştır[6]. Modelde aksenal simetrik sınır şartı uygulanmıştır. Elde edilen sonlu eleman ağı Şekil 2. de görülmektedir. Dişin rijitliği bulunurken, kuvvetin diş üzerinde dört farklı noktaya etki etmesi durumu için kuvvet doğrultusundaki yerdeğiştirmeler bulunmuştur. Elde edilen yerdeğiştirme, uygulanan kuvvete bölünerek rijitlik katsayısı elde edilmiştir (Şekil 3.).



Şekil 2. Dişin sonlu elemanlar modeli



Şekil 3. Rijitlik katsayısının diş boyunca dağılımı

#### 4. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRMELER

Diş ucundan diş dibine doğru gidildikçe rijitlik katsayısının arttığı görülmüştür (Şekil 3). Analitik yaklaşımda dişin evolvent profili trapez bir kirişmiş gibi kabul edilmektedir. Halbuki dişlilerde en önemli faktör, evolvent profildir, mümkünse bu profil gözardı edilmeden model oluşturulup analiz yapılmalıdır. Bu çalışma ile bu mümkün olmuş, evolvent profil ihmal edilmeden rijitlik katsayısı bulunmuştur. Ayrıca analitik sonuçlarla sonlu elemanlar sonuçlarının birbirine yakın değerlerde olduğu görülmüştür. Bu da, analitik metodlarla çözümü mümkün olmayan karmaşık geometri problemlerin analizinde sonlu elemanlar metodunun kullanılabilirliğini göstermektedir.

#### SEMBOLLER

- $S_f$  : Temel dairesi boyunca ölçülen diş kalınlığı  
 $S_K$  : Diş üstü çapı boyunca ölçülen diş kalınlığı  
 $S_m$  : Diş dibi çapından kavrama noktasına kadar olan radyal mesafe  
 $z$  : Diş dibi çapından temel dairesine kadar olan radyal mesafe  
 $w$  : Diş modelinde oluşan üçgenin yüksekliği  
 $n$  : Diş dibi çapından diş üstü çapına kadar olan radyal mesafe

#### KAYNAKLAR

- Du, S., Randall, R.B. ve Kelly, D.W, "Modelling of Spur Gear Mesh Stiffness and Static Transmission Error"; **Proc. Instn. Mech. Engrs.** Vol.212, part C, pp. 287-297,1998
- Elkholy, A.H., "Tooth Load Sharing in High Contact Ratio Spur Gears"; **Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design.** Vol.107,pp. 11-16, March 1985
- Arafa, M.H., Megahed, M.M., "Evaluation of Spur Gear Mesh Compliance Using The Finite Element Method"; **Proc. Instn. Mech. Engrs.** Vol.213, part C, pp. 569-579,1999
- Lin, H. H., Liou, C.H., "A Parametric Study of Spur Gear Dynamics"; **NASA Report**, 90 pages, NASA/CR-1998-206598, January 1998
- Buckingham, E., **Manual of Gear Design**, AGMA, 1937.
- ANSYS Manual, Release 5.4, **Swanson Analysis Systems**, Inc., USA, 1997.