

**DEĞİŞİK KESİTLİ PROFİL MALZEMELERDEKİ DOĞAL TİTREŞİM FREKANSLARININ
ÖLÇÜLMESİ VE HESAPLANMASI****İsmail UCUN Mehmet ÇOLAKOĞLU**

Afyon Kocatepe Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi, Afyon, Türkiye

ÖZET

Malzemelerdeki doğal frekansların bilinmesi özellikle titreşimli yerlerde çalışan iş parçaları için önem arz etmektedir. Titreşim ve darbeye maruz kalan her malzemede doğal frekanslar oluşabilmekte ve bunun sonucunda malzemenin dengesinde sönüm süresince bozulma meydana gelmektedir. Eğer darbe veya titreşim belli limitleri aşarsa malzemede yorulmaya sebebiyet vermektedir. Titreşimin belli sınırlar arasında olması istenen yerlerde doğal frekansların ve titreşim miktarının bilinmesi bunları önleme veya tedbir alma açısından kolaylık sağlamaktadır.

Bu çalışmada değişik şekle ve alana sahip profil malzemelerde doğal frekanslar serbest-serbest, bağlı-serbest, bağlı-bağlı ve iki tarafı mesnetli kenar koşullarında bir bilgisayar yöntemi kullanarak ölçüldü. Analitik yöntemle formülize edilip ilk üç titreşim modu hesaplandı. Son olarak da sonlu elemanlar yöntemi kullanarak yine ilk üç eğilme modu için doğal frekanslar bulundu. Bulunan tüm değerler birbirleriyle kıyaslandı.

Anahtar Kelimeler: Modal Analiz, Doğal Frekans, Sonlu Elemanlar Yöntemi, Titreşim

**MEASUREMENT AND CALCULATION OF NATURAL VIBRATION MODES IN DIFFERENT
CROSS-SECTIONED PROFILE MATERIALS****ABSTRACT**

To know natural frequencies in materials is important especially for structures working under vibration. Natural frequencies can occur under shock and vibration in every material and as a result of this, the material is in non-equilibrium during the logarithmic decrement. If shock or vibration exceeds obvious limits, fatigue damage is effective in the material. To know natural frequencies and the range of vibration wanted between limits make easier for us to prevent from the damage.

In this study, natural frequencies were measured in different shaped and cross sectioned profile materials using a damping monitoring technique with free-free, fixed-fixed, fixed-free, and simply supported-simply supported boundary conditions. First three vibration modes were formulized and calculated using analytical method. Finally, the modes were found using finite element method. All results were compared.

Key Words: Modal Analysis, Natural Frequency, Finite Element Method, Vibration

1. GİRİŞ

Mekanik sistemleri tasarlarken o sistem içinde çalışacak olan elemanların fiziksel özelliklerinin iyi bilinmesi gerekir. Fiziksel özelliklerinin tanımlanması için uygulanan en iyi yöntem modal analiz (yapısal analiz)'dir. Modal analiz, bir sistem elemanının yapısal özellikleri hakkında bilgi veren bir analiz metodudur. Modal analizle, malzemenin doğal frekansları, sönümleme katsayıları ve mod şekilleri bulunabilir.

Kirişleri değişik kenar koşullarında modelleyip lineer ve non-lineer olarak modal analiz yapmak mümkündür. Ayrıca kiriş elemanların modal analizi için değişik analitik metodlar da kullanılmaktadır. Bu metodlar içinde en çok kullanılan Bernoulli-Euler kiriş teorisi ile modelleme yapılmaktadır. Modellenen kiriş elemanı için modal analizle birlikte elemanın doğal frekansları ve mod şekilleri bulunabilir [1]. Bir başka kiriş yöntem olan Timoshenko ile elemanların mod şekilleri ve doğal frekans değerleri analitik yaklaşımla bulunabilmektedir [2]. Bir kirişin zorlanmış titreşimi için kirişe uygulanan kuvvet neticesinde çubukta meydana gelen dinamik davranışlar gözlenerek modlarda oluşan moment ve şekil değiştirme ilişkileri belirlenebilir [3].

Analitik metodun yanında sonlu elemanlar yöntemi de mühendislik problemlerinin çözümünde yaygın olarak kullanılmaktadır. Sonlu elemanlar yöntemi ile bir kirişin modal analizi yapılarak doğal frekans değerleri ve mod şekilleri bulunabilmektedir [4]. Bu yöntemle titreşim problemleri rahatlıkla çözülür. Çözülecek problem önce küçük elemanlara ayrılır. Çözümün bölünen bu elemanlarda ayrı ayrı sağlanması problemin kolaylığı ve doğruluğu açısından önem teşkil etmektedir.

Bilgisayar sistemlerinin gelişmesi ve programlama dillerinin yayılması ile birlikte analitik yöntemle zor ve uzun zaman alan titreşim problemlerinin çözümü artık daha kolay ve kısa zamanda yapılmaktadır. Özellikle sonlu elemanlar metodu tabanlı ANSYS, CAE, Nastran gibi programlar sayesinde analitik yünden çözümü imkansız olan titreşim problemleri rahatlıkla çözülebilmektedir. Bu programlar içinde en çok kullanılan ANSYS bilgisayarlı sayısal analiz programı sayesinde gerilme analizi, akustik analiz gibi işlemlerin yanısıra, modeli oluşturulan bir elemanın titreşim analizi yapılarak doğal frekans ve mod şekilleri rahatlıkla bulunabilir.

Bu çalışmada, beş farklı kesitteki profil malzemeler için önce analitik çözüm yapılarak doğal frekans değerleri bulundu. İkinci aşamada bir kiriş elemanı olarak ANSYS 5.4'de modellenen profil malzemelerin doğal frekansları ve mod şekilleri oluşturuldu. Son olarak da, bir bilgisayar yöntemi kullanılarak doğal frekans değerleri ölçüldü. Üç yöntemle bulunan sonuçlar birbiriyle kıyaslanarak değerlendirildi.

2. ANALİTİK ÇÖZÜM

Bir kiriş elemanı yanal (lateral) ve boyuna (longitudinal) olmak üzere iki farklı titreşim moduna sahiptir. Bu titreşim modlarının bulunmasında farklı analitik yaklaşımlar kullanılır. Bir eşdeğer problemin tanımlanmasında yanal titreşim modu için Euler denklemi [5],

$$W^{(iv)} - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 W = 0 \quad (1)$$

şeklinde ifade edebilir ve buradaki ω belirsiz bir sabittir.

$$\cosh a = \frac{(e^a + e^{-a})}{2} \quad (2)$$

$$\sinh a = \frac{(e^a - e^{-a})}{2} \quad (3)$$

olduğundan genel çözümde $W_{(x)} = e^{kx}$ denklemi yerine konursa,

$$W_{(x)} = C_1 \cosh kx + C_2 \sinh kx + C_3 \cos kx + C_4 \sin kx \quad (4)$$

olur. Burada $k = \sqrt{\frac{\omega}{c}}$ ve C_1, C_2, C_3 ve C_4 belirsiz katsayılar olup bu değerler sınır şartları ile belirlenebilir.

Bir kiriş elemanının yanal (lateral) titreşimi için homojen olan dört sınır şartı bulunmaktadır. Denklem (4)'de ifade edilen genel çözümde C_1, C_2, C_3 ve C_4 için cebirsel denklemlerin çözümünde dört homojen sınır koşulu uygulanabilir. Bundan yola çıkarak kiriş elemanı için sınır koşulları,

$$y(0) = y(l) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{x=0} = 0 \quad \frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{x=l} = 0 \quad (6)$$

ile ifade edilir. Eşitlik (4)'e bu sınır şartlarını yerine yazarsak,

$$C_1 + C_3 = 0 \quad (7)$$

$$C_1 \cosh kl + C_2 \sinh kl + C_3 \cosh kl + C_4 \sinh kl = 0 \quad (8)$$

$$C_1 - C_3 = 0 \quad (9)$$

$$C_1 k^2 \cosh kl + C_2 k^2 \sinh kl - C_3 k^2 \cosh kl + C_4 k^2 \sinh kl = 0 \quad (10)$$

olur. Denklem (7), (8), (9) ve (10)'u matris şeklinde yazarsak,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ \cosh kl & \sinh kl & \cosh kl & \sinh kl \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ \cosh kl & \sinh kl & -\cosh kl & -\sinh kl \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

Burada kararlı bölgenin dağılımı,

$$\sinh kl = 0 \quad (12)$$

olarak ifade edilir. Sonuç olarak bir kirişin doğal frekans değerleri yukarıdaki ifadenin $kl = \pi n$ çözümünden veya

$$\omega_n = \frac{n^2 \pi^2 c}{l^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

değerinden belirlenebilir. $k = \sqrt{\frac{\omega}{c}} = \frac{n\pi}{l}$ için, doğal modlar,

$$W_i(x) = C_4 \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (14)$$

ve çözüm

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} [(A_1 C_4)_n \cos \omega_n t + (A_2 C_4)_n \sin \omega_n t] \frac{\sin n\pi x}{l} \quad (15)$$

şeklinde bulunur. Burada $(A_1 C_4)_n$ ve $(A_2 C_4)_n$ ifadeleri belirsiz sabitler olup sınır şartları ile belirlenir. Bu çözümden bir kiriş elemanının yanal (lateral) titreşimi için doğal frekans denklemi,

$$\omega = \frac{\beta^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (16)$$

ile ifade edilir. Yukarıdaki eşitlikte belirtilen doğal frekans denklemindeki β^2 değerleri farklı sınır koşullarına ve mod şekillerine göre değişmektedir ve bu değerler Tablo 1’de verilmiştir. Aynı zamanda bir kiriş elemanında farklı sınır şartlarındaki I. II. ve III. mod şekilleri Tablo 2’de gösterilmiştir..

Kenar koşulları	Doğal Modlar	β^2
Bağlı-Serbest	I.mod	3.52
	II.mod	22.03
	III.mod	61.7
Her iki taraftan mesnetli	I.mod	9.87
	II.mod	39.5
	III.mod	88.9
Serbest-serbest	I.mod	0
	II.mod	22.4
	III.mod	61.6
Bağlı-bağlı	I. mod	22.04
	II.mod	61.6
	III.mod	120.9

Tablo 1. Değişik Kenar Koşullarına Ait Farklı Modlardaki β^2 Değerleri

	serbest-serbest	bağlı-serbest	bağlı-bağlı	Mesnet tepkili
I.mod				
II.mod				
III.mod				

Tablo 2. Farklı Sınır Koşullarındaki Titreşim Modları

3. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

Mühendislik sistemlerindeki karmaşık problemlerin sıradan yöntemlerle çözümü oldukça zor olduğundan sonlu elemanlar yöntemi kullanılmaktadır. Bu yöntem ile özellikle karmaşık olan problemlerin çözümünde eleman kendi içerisinde alt birimlere ayrılır ve çözüm ayrı ayrı bu alt birimlerde gerçekleştirilir. Çözümü gerçekleştirecek olan makine elemanı kendi içerisinde elemanlara bölünerek modellenir ve çözüm her bir eleman için ayrı ayrı gerçekleştirilir. Problemin daha çok düğüm noktalarıyla elemanlara bölünmesi çözümün doğruluğu açısından önemlidir. Fakat problemin çözümü uzamaktadır.

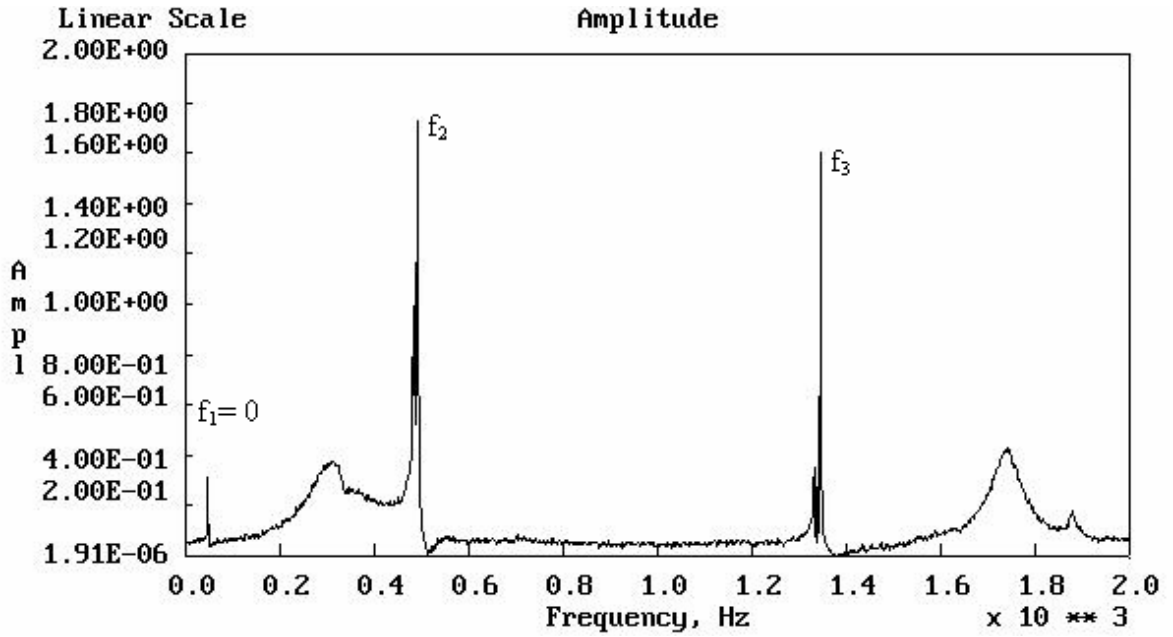
Sonlu elemanlar yöntemi, deneysel yöntemlerle çözümü zor olan karmaşık şekilli problemlerin kendi içerisinde basit alt bölgelere ayrılarak çözülmesinden ibarettir. Aynı zamanda, bu yöntem ile bir problemi çözerken sınır şartları, kuvvetler, malzeme özellikleri gibi değişkenler rahatca uygulanabilir [6].

Sonlu elemanlar yöntemi ile gerilme analizi, harmonik analiz, modal analiz, akustik analiz gibi mühendislik analizleri kolaylıkla yapılabilmektedir. Bu metodun statik hesaplamalara uygulanmasından sonra, ilk defa 1960 yılında bir sarkaçın non-lineer dinamik davranışı Huygens tarafından gözlemlenmiş [8] ve bununla birlikte sonlu elemanlar yöntemi ile titreşim problemlerinin çözümüne başlanmıştır. Sonlu elemanlar yönteminde Rayleigh-Ritz, Potansiyel enerji, Galarkin, Gauss Eliminasyon metodları gibi yaklaşımlarla çözümler gerçekleştirilmektedir. Sonlu elemanlar yöntemi ile karmaşık geometriye sahip elemanlar rahatlıkla incelenebilmektedir.

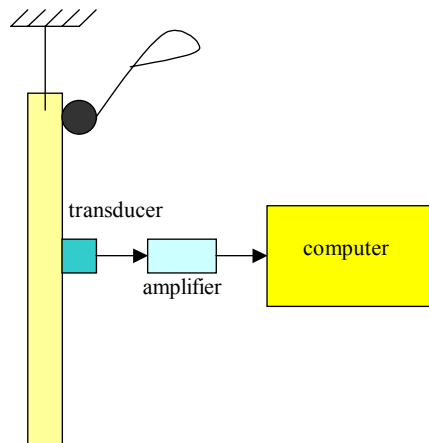
Bu yöntemle birlikte teknolojiye bilgisayar sistemlerinin hızlı bir şekilde yayılmasıyla yüksek maliyetle yapılan deneysel mühendislik problemleri artık kolaylıkla çözülebilir hale gelmiştir.

4. DENEYSEL YÖNTEM

Deneysel yöntemlerle yapılan ölçümlerde bulunan titreşim modları, kullanılan malzeme için sınır koşullarına bağlı olarak frekans değerlerini vermektedir. Malzemedeki üretim ve kristal hatalar bazen malzemenin beklenenden farklı eğilme modlarına sahip olmasını sağlar. Böyle durumlarda en iyi yöntem deneysel ölçümlerdir. Elastik modülün bilinmediği malzemelerdeki doğal frekansların bulunmasında da yine deneysel yöntem kullanılır ve yaklaşık olarak elastik modül bu yöntemle hesaplanabilir. Deneysel yöntemlerle eğilme modlarının bulunmasında frekans cevap eğrileri kullanılır. Ayarlanan frekans aralığında modlar grafikte pik şeklinde görünür, Şekil 1. Deneysel ölçümlerde kullanılan cihaz şematik olarak şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 1. Silindirik Kesitli Profil Malzeme İçin Serbest-Serbest Kenar Koşullarındaki İlk Üç Titreşim Modu

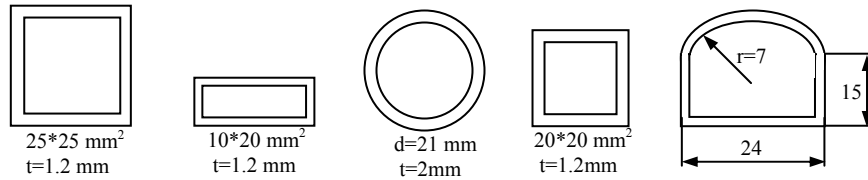


Şekil 2. Deneysel Setin Şematik Olarak Gösterimi

5. MATERYAL VE METOD

Dört farklı sınır şartı için profil kesitli malzemeler üzerinde deneysel ölçümler yapılmıştır. Doğal frekans değerlerini bulmak için kullanılan bilgisayar metodunda [7] deney numuneleri bir tel yardımıyla serbest-serbest sınır koşullarını sağlayacak şekilde asılmış ve ivme ölçer profil malzemeye bağlanmıştır, Şekil 2. Profil malzemeye damping çekici ile hafifçe vurulmuş ve ivme ölçer yardımıyla titreşim elektrik sinyaline dönüştürülerek ampermetreye gönderilmiştir. Ampermetrenin düzenlediği sinyal ses kartı vasıtasıyla bilgisayara aktarılmıştır. Bir bilgisayar programı yardımıyla zaman-cevap sinyali frekans-cevap sinyaline dönüştürülmüştür. Bu sayede, profil malzemeler için serbest serbest sınır şartlarında I. II. ve III. modlardaki doğal frekans değerleri ölçülmüştür. Şekil 1’de silindir kesitli malzeme için serbest-serbest kenar koşullarındaki ilk üç titreşim modu görülmektedir. Bu ölçüm serbest-serbest sınır koşullarında bütün profil malzemeler için gerçekleştirilmiştir.

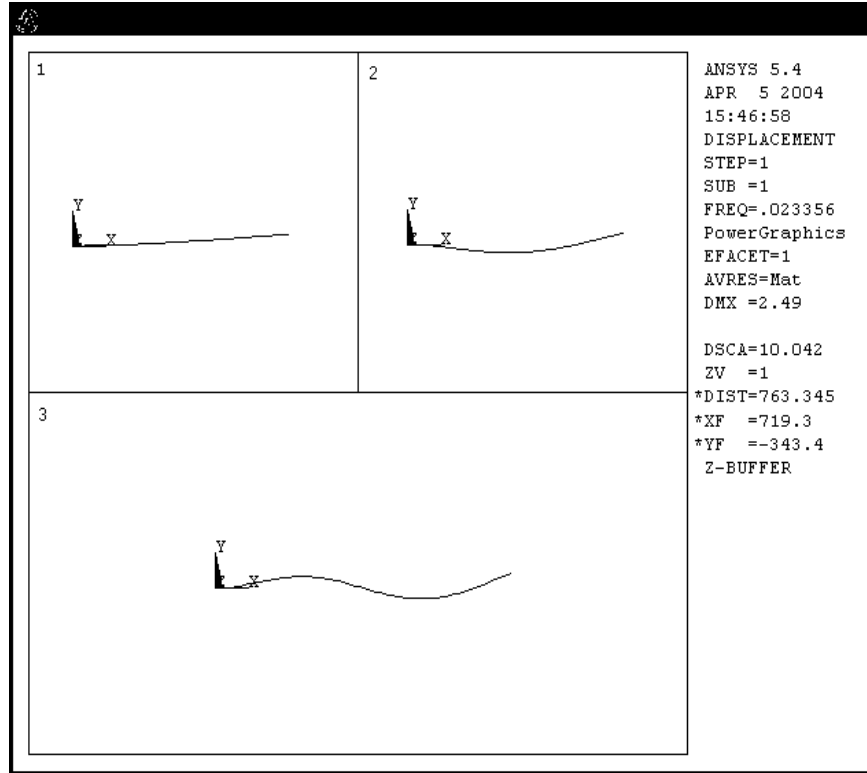
Bağlı-serbest sınır şartlarındaki ölçümlerde ise, özel bir bağlama aparatı ile tek taraftan sabitlenen profil malzemeler üzerine bağlanan bir ivme ölçer sayesinde damping çekici ile vurularak sinyal alınmıştır. I. II. ve III. modlardaki doğal frekans değerleri bu şekilde elde edilmiştir. Doğal frekans değerleri her bir profil malzeme için tablolarda gösterilmiştir. İki taraftan mesnetli ve bağlı-bağlı sınır şartlarında yapılan deneylerde ise, çok kötü sinyal alındığından ve modlar oluşmadığından doğal frekans değerleri bulunamamıştır. Şekil 3’de çözümleri yapılan değişik kesitli profil malzemeler gösterilmiştir.



Şekil 3. Çözümü yapılan değişik kesitli profil malzemeler

Yapılan çalışmada deneysel ve analitik çözümlerin yanında nümerik olarak da çözüm gerçekleştirilmiştir. Nümerik analizde, ANSYS5.4 kullanılarak serbest-serbest, iki tarafı mesnetli, bağlı-sebest ve bağlı-bağlı sınır şartlarında çözümler gerçekleştirilmiştir.

Bu analizlerde, iki boyutlu sonlu elemanlar modeli ve eleman tipi olarak da elastik kiriş kullanılmıştır. Eleman tipine bağlı olarak kiriş için atalet momenti, alan, yükseklik ve birim uzaklığa düşen ağırlık miktarı gözönüne alınmıştır. Bu değerler, kesitleri farklı olan her bir profil malzeme için farklılık göstermiştir. Kullanılan malzemelerin mekanik özellikleri aynı olup elastisite modülü $E=207\text{GPa}$, yoğunluk $\rho=7850\text{ kg/m}^3$ ve poisson oranı $\nu=0.25$ olarak alınmıştır. Diğer taraftan malzemelerin uzunlukları sabit olup 0.5m 'dir. Kiriş eleman olarak tanımlanan profil malzemelerin düğüm sayısı 520 ve eleman sayısı 540'dır. Yapılan öngerilmemiş modal analizde profillerin farklı kenar koşullarındaki doğal frekans değerleri Tablo 3-7'de gösterilmiştir. ANSYS5.4'de modellenen bağlı-serbest sınır koşullarındaki bir kiriş elemanın I. II. ve III. mod biçimleri şekil 4'de gösterilmiştir.



Şekil 4. ANSYS5.4’de Çözümü Yapılan Kiriş Elemanının Bağlı-Serbest Kenar Koşullarındaki Doğal Titreşim Modları

Kenar Koşulları	Analitik	Deneysel	Fark (%)	ANSYS	Fark (%)
Serbest-serbest	$f_1=0$ $f_2=494,63$ $f_3=1360$	$f_1=0$ $f_2=498,3$ $f_3=1368,5$	0 - 0,74 - 0,62	$f_1=0$ $f_2=492,43$ $f_3=1350,4$	0 0,44 0,7
Bağlı-Serbest	$f_1=77,73$ $f_2=486,46$ $f_3=1362$	$f_1=75$ $f_2=458,33$ $f_3=1358,33$	3,5 5,78 0,27	$f_1=77,44$ $f_2=485,7$ $f_3=1354$	- 0,01 - 0,15 0,58
Bağlı-bağlı	$f_1=494,6$ $f_2=1360$ $f_3=2670$	- - -	- - -	$f_1=492$ $f_2=1317$ $f_3=2649$	0,52 3,16 0,78
İki taraflı mesnetli	$f_1=217,94$ $f_2=872,22$ $F_3=1963$	- - -	- - -	$f_1=217,51$ $f_2=847,77$ $f_3=1633$	-0,19 2,8 16,81

Tablo 3. 21mm Çaplı Silindir Kesitli Profil (t=2 mm)

Kenar Koşulları	Analitik	Deneysel	Fark (%)	ANSYS	Fark (%)
Serbest-serbest	$f_1=0$ $f_2=287,75$ $f_3=791,32$	$f_1=0$ $f_2=284,59$ $f_3=780,34$	0 1,1 1,4	$f_1=0$ $f_2=287,78$ $f_3=791,97$	0 - 0,01 - 0,08
Bağlı-Serbest	$f_1=45,22$ $f_2=283,01$ $f_3=792,08$	$f_1=41,6$ $f_2=291,16$ $f_3=833,3$	8 - 2,8 4,94	$f_1=45,28$ $f_2=283,56$ $f_3=792,87$	- 0,13 - 0,19 - 0,1
Bağlı-bağlı	$f_1=287,75$ $f_2=791,32$ $f_3=1553$	- - -	- - -	$f_1=288,1$ $f_2=793,32$ $f_3=1552,7$	- 0,12 - 0,25 0,02
İki taraflı mesnetli	$f_1=126,79$ $f_2=507,42$ $f_3=1142$	- - -	- - -	$f_1=127,10$ $f_2=507,93$ $f_3=1141,1$	- 0,24 - 0,1 - 0,07

Tablo 4. 10x20 mm² Kesitli Profil (t=1.2 mm)

Kenar Koşulları	Analitik	Deneysel	Fark (%)	ANSYS	Fark (%)
Serbest-serbest	$f_1=0$ $f_2=563,17$ $f_3=1549$	$f_1=0$ $f_2=550$ $f_3=1516,67$	0 2,33 2	$f_1=0$ $f_2=561,09$ $f_3=1538$	0 0,37 0,71
Bağlı-Serbest	$f_1=88,49$ $f_2=553,87$ $f_3=1551$	$f_1=75$ $f_2=525$ $f_3=1558,3$	15,24 5,21 - 0,46	$f_1=88,73$ $f_2=554,27$ $f_3=1543,8$	- 0,27 - 0,07 0,46
Bağlı-bağlı	$f_1=563,17$ $f_2=1549$ $f_3=3004$	- - -	- - -	$f_1=564,13$ $f_2=1548,9$ $f_3=3017,8$	- 0,17 0 - 0,46
İki taraflı mesnetli	$f_1=248,15$ $f_2=993,01$ $f_3=2235$	- - -	- - -	$f_1=248,93$ $f_2=992,25$ $f_3=2219,7$	- 0,31 0,07 0,68

Tablo 5. 20x20 mm² Kesitli Kare Profil (t=1.2 mm)

Kenar Koşulları	Analitik	DeneySEL	Fark (%)	ANSYS	Fark (%)
Serbest-serbest	$f_1=0$ $f_2=712,41$ $f_3=1959$	$f_1=0$ $f_2=683,33$ $f_3=1900$	0 4,1 3	$f_1=0$ $f_2=711,46$ $f_3=1974,2$	0 0,13 - 0,77
Bağlı-Serbest	$f_1=111,95$ $f_2=700,64$ $f_3=1962$	$f_1=116,6$ $f_2=775$ $f_3=2050$	- 4 - 9,6 - 4,3	$f_1=112,27$ $f_2=700,12$ $f_3=1947,2$	- 0,28 0,07 0,75
Bağlı-bağlı	$f_1=712,41$ $f_2=1959$ $f_3=3845$	$f_1=640$ - -	10,1 - -	$f_1=713,58$ $f_2=1958$ $f_3=3820$	- 0,16 0,05 0,65
İki taraflı mesnetli	$f_1=313,90$ $f_2=1256$ $f_3=2827$	- - -	- - -	$f_1=314,06$ $f_2=1253,5$ $f_3=2805$	- 0,05 0,2 0,77

Tablo 6. 25x25 mm² Kesitli Profil (t=1.2 mm)

Kenar Koşulları	Analitik	DeneySEL	Fark (%)	ANSYS	Fark (%)
Serbest-serbest	$f_1=0$ $f_2=652,75$ $f_3=1795$	$f_1=0$ $f_2=466$ $f_3=1750$	0 28,6 2,5	$f_1=0$ $f_2=674,64$ $f_3=1843$	0 - 3,35 - 2,67
Bağlı-Serbest	$f_1=102,57$ $f_2=641,97$ $f_3=1962$	$f_1=96,5$ $f_2=630,45$ $f_3=1790,2$	5,9 1,8 8,75	$f_1=106,77$ $f_2=666,19$ $f_3=1852,3$	- 4,1 -3,77 5,59
Bağlı-bağlı	$f_1=652,75$ $f_2=1795$ $f_3=3523$	- - -	- - -	$f_1=678,59$ $f_2=1860,6$ $f_3=3617,6$	- 3,95 - 3,65 - 2,68
İki taraflı mesnetli	$f_1=287,62$ $f_2=1151$ $f_3=2591$	- - -	- - -	$f_1=299,47$ $f_2=1192,3$ $f_3=2662$	- 4,12 - 3,58 - 274

Tablo 7. 24x21mm D Kesitli Profil (t=1.2 mm)

6. SONUÇ VE TARTIŞMALAR

Bu çalışmada, beş farklı kesitteki profil malzemelerin üç değişik yöntemle modal analizleri incelenmiştir. I. II. ve III. doğal frekans değerleri ve mod şekilleri bulunmuştur. Analitik metotta Bernoulli-Euler kiriş terosiyile çözümler serbest-serbest, bağlı-serbest, bağlı-bağlı ve iki taraflı mesnetli olarak yapılmıştır. DeneySEL olarak yapılan çözümlerde, sadece serbest-serbest ve bağlı-serbest kenar koşullarındaki doğal frekans değerleri bulunmuştur. Bağlı-bağlı ve iki taraflı mesnet tepkili kenar koşullarındaki titreşim modları zaman cevap sinyallerinin kötü olması nedeniyle tam oluşmamıştır. Doğal frekans değerlerinin profil kesitindeki büyümeye bağlı olarak arttığı görülmüştür. Aynı zamanda profil malzemenin cidar kalınlığının artması doğal frekans değerlerinin de artmasına sebep olmuştur. Serbest-serbest kenar koşulundaki II. ve III. doğal frekans değerleri ile, bağlı-bağlı kenar koşulundaki I. ve II. doğal frekans değerleri β sabitine bağlı olarak aynı bulunmuştur. Son kısımda ise, ANSYS5.4 programı kullanılarak nümerik çözüm dört farklı sınır şartındaki doğal frekans değerleri için analiz edilmiştir. Sonrasında, deney sonuçlarıyla analitik ve nümerik sonuçlar karşılaştırılmış ve hata oranları bulunmuştur. Tablo 3-7'de yer alan hata değerleri analitik sonuçlardan deneySEL veya nümerik sonuçların çıkartılıp analitik değere bölünmesiyle elde edilmiştir.

Deneyel ve analitik yöntemin karşılaştırılmasında, silindirik kesitli profil için bulunan hata yüzdeleri kabul edilebilir sınırlar içerisinde yer almakta ve %0,74 ile 5,78 arasında değişmektedir. 10x20mm² kesitli profil malzemede doğal frekans değerleri için hata yüzdeleri ise %2,8 ile 4,94 arasındadır. Silindirik kesitli profil ile 10x20mm² kesitli profil malzemelerdeki hata payları kıyaslandığında, silindirik kesitli profilin daha dar aralığa sahip olduğu görülmektedir. Aradaki fark yaklaşık olarak %1 kadardır. Serbest-serbest kenar koşulundaki hata yüzdeleri düşük olmasına rağmen, bağlı-serbest kenar koşulundaki hata yüzdesi yüksektir. 25x25mm² kesitli malzemede doğal frekans değerleri, 20x20mm² kesitli malzemede değerlerden daha büyüktür. Aynı zamanda deneyel ve analitik yöntemin karşılaştırılmasında kesitin büyümesiyle birlikte hata yüzdelerinin de büyüdüğü görülmüştür. 25x25mm² kesitli malzemede hata oranları %9,6 ile 10,1 arasında değişmektedir.

Analitik ile nümerik çözümlerin karşılaştırılmasında hata yüzdeleri deneyel sonuçlarla yapılan kıyaslamaya göre daha düşük çıkmıştır. En yüksek hata oranına sahip malzeme D kesitli profil olup, hata oranları %4,12 ile 5,59 arasında değişmektedir. D profilli malzemede hata oranının yüksek çıkması kesitin simetrik olmamasından kaynaklanmakta ve dolayısıyla zaman cevap sinyali kötü oluşmaktadır. Deneyel çalışmalarda karşılaşılan sorunlardan biriside budur.

Profil malzemelerde genellikle bağlı-bağlı kenar koşulundaki doğal frekans değerleri diğer kenar koşullarına göre yüksek çıkmıştır. Bağlı-serbest kenar koşulunda I. moddaki doğal frekans değeri çok düşük olmasına rağmen, II. ve III. modlardaki doğal frekans değerleri kesite bağlı olarak değişkenlik göstermektedir. 5 değişik kesitli profillerde titreşim modlarının analizi için yapılan bu çalışmada analitik ve nümerik analiz yöntemlerinin deneyel yöntem yerine kullanılabilceği görülmüştür. Ama bunun için incelenen malzemenin mekanik özelliklerinin bilinmesi gerekmektedir. Deneyel yöntemde kullanılan cihazların maliyetlerinin yüksek olması nümerik ve analitik çözümlere olan ilgiyi artırmıştır. Diğer taraftan malzemelerin gerçek titreşim modlarının bulunması için yine en çok kullanılan deneyel yöntemdir. Bunun sebebi malzemelerdeki üretim hataları veya hasarları tesbit etmeyi mümkün kılmasıdır.

Bu çalışmada, bulunan doğal titreşim modları gözönüne alınarak profil kesitli malzemeler kafes sistemlerde ve çeşitli çelik konstrüksiyonlarda kullanılmaktadır. Çalışma koşullarındaki titreşimin bilinmesi sistemin tasarlanması veya tasarımın gözden geçirilmesi aşamasında rezonansın önlenmesi için önem arz etmektedir. Bu sayede malzemelerdeki yorulma hasarının oluşması engellenmiş olur.

KAYNAKLAR

1. Xie W.C., Lee H.P., ve Lim S.P., "Normal Modes of a Non-Linear Clamped-Clamped beam", **Journal of Sound and Vibration**, 250(2), 339-349,2002.
2. Banerjee J.R., "Frequency equation and mode shape formulate for composite Timoshenko Beams", **Composite Structures**, 51, 381-388,2001.
3. Dugush Y.A.,Eisenberger M., "Vibrations of Non-uniform Continuous beams under moving Loads", **Journal of Sound and vibration**, 254(5), 911-926, 2002.
4. Shi Y.,Hua H., ve Sol H., "The finite element analysis and experimental study of beams with active Constrained layer damping treatments", **Journal of Sound and Vibration, In Press**, Corrected Prof, 2003.
5. Dimarogonas A., "Vibration for Engineers", **Prectice Hall**, New Jersey,1995.
6. Zienkiewicz O.C.,Taylor R.L., "The Finite Element Method", Butterworth-Heinemann, London, 2000.
7. Colakoglu M., Jerina K.L., 2003, Material damping in 6061-T6511 aluminum to assess fatigue damage, **Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.**, 25, 79-84.